

À BAS ~~LES "TRUCS"~~

Un guide pour éviter les raccourcis
qui nuisent au développement
des concepts mathématiques

Par

Tina Cardone

et

la communauté en ligne,
connue sous le nom des MTBoS

À BAS LES TRUCS

par

Tina Cardone et les MTBoS

Traduction libre : Caroline Arcand

Mise à jour : 30 janvier 2014



Ce travail est autorisé en vertu de la licence Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 3.0 Unported License. Pour voir une copie de cette licence, visitez [CreativeCommons.org](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

Tous les travaux d'élèves ont été recueillis par des enseignants dans le cadre de leurs cours, et ont ensuite été soumis à MathMistakes.org. Afin de protéger l'identité des élèves (et dans plusieurs cas, pour améliorer leur lisibilité), chaque exemple a été réécrit à la main par l'auteure.

“Je dirais, donc, que ce n’est pas raisonnable de même mentionner cette technique. Si elle est si limitée dans son utilité, pourquoi lui accorder le privilège d’un nom et d’espace mémoire ? S’encombrer la tête avec des techniques spécialisées qui masquent le principe général n’apporte aucun bien aux élèves, et peut en fait leur nuire. Rappelez-vous le serment d’Hippocrate - D’abord, ne pas nuire.”

-Jim Doherty

Table des matières

Préface	vi
1 Introduction	1
2 Opérations et raisonnement algébrique	4
2.1 Non : Ajouter un zéro (multiplier par 10)	4
2.2 Non : La balle au mur	5
2.3 Non : Déplacer la virgule (notation scientifique)	5
2.4 Non : Garder-changer-changer (addition de nombres entiers) .	6
2.5 Non : Deux négatifs donnent un positif (soustraction de nombres entiers)	7
2.6 Non : Deux négatifs donnent un positif (multiplication de nombres entiers)	8
2.7 Non : PEMDAS	9
2.8 Non : La racine carrée et le carré s'annulent	11
2.9 Non : Le logarithme et l'exposant s'annulent	12
3 Rapports et situations proportionnelles	14
3.1 Non : Méthode du papillon	14
3.2 Non : Produit croisé (diviser par une fraction)	17
3.3 Non : Retourner et multiplier	19
3.4 Non : Produit croisé (résoudre des proportions)	20
4 L'arithmétique avec les polynômes	22
4.1 Non : PIED	22

5	Le raisonnement dans les équations et les inéquations	24
5.1	Non : ‘Le crocodile’ ou ‘L’un mange l’autre’ pour les symboles d’inégalité	24
5.2	Non : Suivre la flèche (Représentation d’inégalités)	25
5.3	Non : Annuler	26
5.4	Non : Prendre et envoyer de l’autre côté	27
5.5	Non : Changer de côté et changer de signe	28
6	Interprétation des fonctions	29
6.1	Non : Qu’est-ce que le b ?	29
7	Géométrie	30
7.1	Formule : Distance entre deux points	30
7.2	Formule : Aire des quadrilatères et des triangles	31
7.3	Formule : Aire des solides	32
7.4	Formule : Volume	33
A	Types de trucs	34
A.1	Les trucs que les élèves interprètent mal	34
A.2	Les méthodes qui limitent les options	34
A.3	Mathématiques magiques, et non logiques	34
A.4	Langage imprécis	35
B	Couverture arrière	36

Préface

Au début, il y avait cet enseignant de mathématique qui se plaignait des lacunes de ses élèves face à la définition de la pente. Puis, cette discussion entre les membres de mon département à propos des trucs que l'on hait voir nos élèves utiliser en classe. J'ai étendu la conversation à des membres de ma communauté mathématique en ligne. Nous avons brassé des idées et débattu de ce qui constituait un truc et quels étaient les pires agressants. J'ai organisé le tout. Plus de gens se sont joints à la conversation et ont partagé des méthodes pour mettre l'emphasis sur la compréhension plutôt que la mémorisation. J'ai réorganisé le tout. Les contributions se sont faites plus rares. Le résultat final était de 17 pages dans un document Google. Je rêvais d'une ressource bien résumée que nous pourrions partager avec des enseignants de partout. Quelques personnes partageaient mon rêve. Nous avons discuté de comment résumer, organiser et regrouper le tout en thèmes. Finalement, inspirée par NaNoWriMo, j'ai ouvert LaTeX et j'ai débuté la mise en page. J'ai eu de l'aide. Ce document est né. J'espère que vous l'apprécierez, sachant combien d'idées sont regroupées ici.

Merci à tous ceux qui ont contribué :

Chuck Baker	Chris Hill	Julie Reulbach
Ashli Black	Scott Hills	Gabe Rosenberg
Jim Doherty	Chris Hlas	Sam Shah
Mary Dooms	Bowen Kerins	Jack Siderer
Nick Doran	Rachel Kernodle	Gregory Taylor
Bridget Dunbar	Yvonne Lai	Sue VanHattum
Michael Fenton	Bob Lochel	Lane Walker
Paul Flaherty	Jonathan Newman	Lim Wei Quan
Peggy Frisbie	Kate Nowak	Amy Zimmer
Emmanuel Garcia	Jami Packer	et plusieurs autres qui
John Golden	Jim Pai	ont choisi de demeurer
Megan Hayes-Golding	Michael Pershan	anonymes.

Chaque chapitre suit un fil conducteur. Par exemple, vous pourrez voir comment les connaissances devraient se construire, de la représentation de fractions par le dessin jusqu'à la résolution de proportions. Sentez-vous libre de lire ceci comme un livre, du début à la fin, ou de sauter directement aux sections qui s'appliquent aux champs d'intérêt de votre niveau.

Chapitre 1

Introduction

Ce texte a été inspiré par des enseignants engagés qui souhaitent retirer la magie des mathématiques et mettre le focus sur l'importance de la construction de sens. Il est écrit pour des enseignants réfléchis, qui adoptent les *Standards for Mathematical Practice*. Les collaborateurs sont des personnes qui souhaitent que les enseignants de partout recherchent la cohérence plutôt que d'offrir à leurs élèves des procédures à mémoriser et des raccourcis sous forme de trucs. Les élèves sont aptes à une riche compréhension des concepts ; ne leur enlevez pas l'opportunité d'en découvrir de nouveaux.

Il s'agit d'une étape difficile, car les élèves devront penser et diront qu'ils n'en ont pas envie. Les élèves (tout comme les parents et tuteurs) devront réajuster leurs attentes ; c'est toutefois dans le meilleur intérêt des élèves de mettre le focus sur une réflexion critique des mathématiques. Contribuez-vous à ce que les mathématiques redeviennent un sujet apportant créativité et réflexion ?

“Mais c'est juste pour les aider à se rappeler - je leur ai enseigné le concept !”

SOH CAH TOA est un outil mnémotechnique. Il n'y a aucune raison sous-jacente qui explique que le sinus soit le rapport entre le côté opposé et l'hypoténuse, c'est une définition. Les élèves peuvent utiliser cet acronyme sans perdre aucun sens.

PIED est un truc. Il y a une bonne raison qui explique pourquoi nous multiplions les binômes d'une certaine façon, et cet acronyme circonvient à comprendre l'importance de la propriété de la distributivité. Si vous enseignez la distributivité, permettez aux élèves de développer leur propre raccourci et

de lui trouver un nom, c'est génial. Toutefois, l'expression "chaque terme du premier polynôme par chaque terme du second" est plus forte, car elle n'implique pas qu'un certain ordre soit nécessaire (mes élèves étaient sous le choc d'entendre qu'EDIP fonctionnerait tout aussi bien que PIED) et rappelle aux élèves ce qu'ils sont en train de faire. Plusieurs élèves attendront pour le raccourci et oublieront la notion derrière celui-ci si le truc vient trop tôt.

"Mes élèves n'arrivent pas à comprendre des mathématiques plus avancées, mais réussissent bien grâce au truc."

Si les élèves ne comprennent pas, ils ne font pas des maths. Ne poussez pas les élèves trop loin, trop vite (le cerveau des adolescents a besoin de temps pour se développer avant qu'ils puissent vraiment comprendre les abstractions), mais ne les sous-estimez pas non plus. Le monde n'a pas besoin de plus de robots; demander à des enfants de suivre des algorithmes sans penser n'est pas leur enseigner autre chose que de suivre des consignes. Il existe un million de façons d'enseigner à lire et à suivre des consignes, ne réduisez pas les mathématiques à cette seule habileté. Permettez aux élèves d'expérimenter, de jouer, de remarquer et de s'étonner. Ils vous surprendront ! Être un mathématicien ne se limite pas à la mémorisation (même si apprendre des racines carrées par coeur aidera certainement à en reconnaître la structure). Être un mathématicien consiste en la pensée critique, la justification et le transfert de notions apprises dans le passé pour résoudre de nouveaux problèmes. Être un adulte accompli implique de reconnaître des modèles, de questionner les autres et de persévérer. Mettez l'accent sur ces habiletés et permettez aux élèves de devenir de jeunes adultes qui savent penser; tout le reste suivra en temps et lieu.

"Tout ceci est bien beau, mais nous manquons de TEMPS !"

Oui, cette approche nécessite au départ un investissement en temps. Je pourrais débattre que nous devons ignorer toute la pression liée aux examens plutôt que d'ignorer le développement de concepts, mais tout ça pourrait constituer un autre livre complet. Premièrement, si nous enseignons des concepts plutôt que des trucs, les élèves retiendront plus d'informations. Chaque année débutera avec moins de confusion sur le "plus qui de-

vient un moins et le moins qui devient un plus” et toutes fausses idées associées à cela, ce qui signifie que nous bénéficierons chaque année de plus de temps pour le nouveau contenu. Deuxièmement, les enseignants sont souvent confrontés à des choix difficiles, et celui-ci en est un autre. Chaque année, mon département se réunit et tente de prévoir quelles notions de géométrie sont moins susceptibles de se retrouver dans l’examen d’état. Nous gardons ces notions pour après l’examen et faisons de notre mieux pour enseigner les autres sujets aussi bien que possible. Si les élèves arrivent à l’examen avec de bonnes habiletés à raisonner, ils seront à tout le moins en mesure de déterminer quels choix de réponse sont les plus raisonnables, s’ils n’arrivent pas à résoudre en entier un problème sur les angles inscrits (les cercles perdent habituellement à notre loterie).

Gardez l’esprit ouvert en lisant ces pages. Réfléchissez à comment vous pouvez habilitier vos élèves à découvrir des concepts et à leur faire trouver leurs propres raccourcis (complets, avec explications!). Je ne vous demande pas d’accepter aveuglément ces pages comme étant des faits, pas plus que je ne demanderais à des élèves d’avoir une confiance aveugle en leurs enseignants. Prenez connaissance du contenu et découvrez les meilleures approches pour l’enseigner selon votre situation. Posez des questions, joignez des débats et faites des suggestions à NixTheTricks.com ou partagez et discutez avec vos collègues.

Chapitre 2

Opérations et raisonnement algébrique

2.1 Non: Ajouter un zéro (multiplier par 10)

Raison:

$$10 \cdot 10 = 100$$

Les élèves apprennent d’abord à multiplier les nombres entiers par 10 et on leur dit que cela signifie “d’ajouter un zéro”, mais lorsqu’ils apprennent à travailler avec les nombres décimaux, on leur dit de “déplacer la virgule.” Aucune de ces deux consignes ne donne un sens à la multiplication ou à la valeur des positions. “Ajouter un zéro” devrait signifier “appliquer l’élément neutre de l’addition”, ce qui ne modifie aucunement la valeur d’un nombre !

Correction:

Faites multiplier les élèves par dix de la même manière qu’ils multiplient par n’importe quel autre nombre. Lorsqu’un élève découvre une régularité : félicitez-le d’abord d’avoir remarqué et partagé, puis demandez-lui pourquoi il croit que cette régularité fonctionnera toujours. Finalement, rappelez-lui de toujours faire attention pour ne pas l’appliquer sans y réfléchir dans des situations nouvelles (demandez-lui pour $10 \cdot 0$ par exemple). Une manière d’aider les élèves à constater pourquoi leur règle fonctionne est d’utiliser un tableau des positions pour montrer ce qui arrive : chaque unité devient une dizaine ($1 \cdot 10 = 10$), chaque dizaine devient une centaine ($10 \cdot 10 = 100$), etc. Cette régularité fonctionne tout au long de l’échelle décimale. Vous pourriez

nommer cette régularité “La règle de multiplication par 10 de l’élève A”, afin de pouvoir vous y référer par la suite.

2.2 Non: La balle au mur

Raison:

Les élèves n’ont aucune idée pourquoi ils déplacent la virgule, ce qui signifie qu’ils risquent de mal interpréter cette règle et croire que $5.5 \div 2.5 = 5.5 \div 25$ plutôt que la bonne équivalence, soit $5.5 \div 2.5 = 55 \div 25$.

Correction:

La virgule implique qu’il y a une partie d’un entier. Puisqu’il est plus facile de travailler avec des nombres entiers, soulignez que l’on pourrait créer une question différente qui mènerait pourtant à la même solution. Comparez $10 \div 5$ et $100 \div 50$. Ces deux divisions ont le même résultat car elles sont proportionnelles, tout comme $\frac{20}{10} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$. De manière plus générale, on a $\frac{x}{y} = \frac{10x}{10y}$. Multiplier par 10 n’est pas nécessaire, tout rapport équivalent ayant un diviseur entier fonctionnera pour effectuer la division au long.

2.3 Non: Déplacer la virgule (notation scientifique)

Raison:

Les élèves obtiennent la bonne réponse la moitié du temps et ne comprennent pas pourquoi ça n’a pas fonctionné l’autre moitié du temps. Les élèves pensent à déplacer la virgule plutôt qu’à multiplier par 10.

Correction:

Les élèves doivent se demander, “Est-ce un gros nombre ou un petit nombre?” La notation scientifique permet d’écrire de manière courte de très longs nombres, donc est-il long parce qu’il est très gros, ou est-il long parce qu’il est très petit? Un principe important de la notation scientifique est que la valeur du nombre ne change pas, seule son apparence change. Écrire un

nombre en notation scientifique est similaire à factoriser, mais dans ce cas-ci, on s'intéresse uniquement aux facteurs de dix.

Prenons $6,25 \times 10^{-2}$.

10^{-2} est l'inverse de 10^2 , donc $6,25 \times 10^{-2} = 6,25 \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{6,25}{100} = 0,0625$

Pour écrire 0,0289 en notation scientifique, nous devons placer le premier chiffre significatif à la position des unités, nous aurons donc $2,89 \times$ quelque chose.

Comparons 2,89 à 0,0289 :

$$2,89 \times 10^x = 0,0289 \implies 10^x = \frac{0,0289}{2,89} = \frac{1}{100} \implies x = -2.$$

2.4 Non: Garder-changer-changer (addition de nombres entiers)

Raison:

Il n'est pas nécessaire que les élèves mémorisent ici une règle, celle-ci n'apporte aucun sens supplémentaire. Ils sont en mesure de raisonner sur l'addition de nombres entiers (et d'extrapoler aux nombres réels). Ce truc nuit au raisonnement, alors qu'un outil comme la droite numérique demeurera une stratégie gagnante tout au long de leurs études.

Cet élève utilise le truc Garder-Changer-
Changer et le transpose pour la multiplication et la division. Car après tout, si l'on peut passer par magie de l'addition à la soustraction, pourquoi ne pourrait-on pas passer de la multiplication à la division ?

$$\begin{array}{l} 2 + (-5) \\ \text{Garder Changer Changer} \\ 2 - (+5) \end{array}$$

$$100 / (-2) = 100 \times (+2) = 200$$

<http://mathmistakes.org/?p=328>

Correction:

Une fois que les élèves sont à l'aise avec l'addition et la soustraction de nombres entiers sur la droite numérique, tout ce qu'ils doivent comprendre de plus est qu'un nombre négatif est l'opposé d'un nombre positif. Certains élèves pourraient préférer une droite numérique verticale (ou même l'image d'un

thermomètre) pour débiter. Il y a plusieurs façons de parler des nombres positifs et négatifs, mais les élèves devraient se familiariser avec la représentation sur une droite numérique, d'autant plus que cette notion reviendra lors des transformations de fonctions.

- $2 + 5$ Débuter à 2, se déplacer de 5 vers la *droite*
- $2 + (-5)$ Débuter à 2, se déplacer de 5 vers la *gauche* (l'opposé de droite)
- $2 - 5$ Débuter à 2, se déplacer de 5 vers la *gauche*
- $2 - (-5)$ Débuter à 2, se déplacer de 5 vers la *droite* (l'opposé de gauche)

2.5 Non: Deux négatifs donnent un positif (soustraction de nombres entiers)

Raison:

Encore une fois, cela n'apporte aucun sens précis et les élèves n'ont pas à mémoriser une règle ici.

$$\begin{array}{r} 2 \overset{\curvearrowright}{-} 5 \\ 2 + 5 \\ \text{ou} \\ 2 \overset{\text{ou}}{-} 5 \end{array}$$

Correction:

Comme dans le cas précédent, les élèves peuvent raisonner à l'aide de la droite numérique. Dès que les élèves comprennent que l'addition et la soustraction sont des opérations inverses, et que les nombres positifs et négatifs sont opposés, ils comprendront que deux opposés nous ramènent au point de départ. Tout comme se retourner deux fois nous ramène à regarder devant.

$$\begin{aligned} 2 - (-5) &\Rightarrow \text{Débuter à 2, se déplacer de } (-5) \text{ vers la } \textit{gauche} \\ &\Rightarrow \text{Débuter à 2, se déplacer de 5 vers la } \textit{droite} \text{ (l'opposé de gauche)} \\ &\Rightarrow 2 + 5 \end{aligned}$$

Par conséquent, $2 - (-5) = 2 + 5$.

2.6 Non: Deux négatifs donnent un positif (multiplication de nombres entiers)

Raison:

$$\begin{aligned}(-3)(-2) &= \\ (+3)(+2) &= +6\end{aligned}$$

Plusieurs élèves ont tendance à trop généraliser et appliquent à tort cette règle autant pour l'addition que pour la multiplication et la division.

Par exemple, cet élève semble penser que : “négatif et négatif = positif, non ?”

$$(-4)^{\oplus} - 7 = //$$

<http://mathmistakes.org/?p=328>

Correction:

Les élèves sont capables de raisonner sur la multiplication de nombres entiers et de transposer le tout aux nombres réels. Ils peuvent observer plusieurs opérations et généraliser à partir de quelques approches différentes. L'une d'entre elles consiste à utiliser les opposés :

Nous savons que $(3)(2) = 6$.

Donc, que devrait donner $(-3)(2)$? L'opposé de 6, bien sûr !

Ainsi, $(-3)(2) = -6$.

Alors, que devrait donner $(-3)(-2)$? L'opposé de -6 , bien sûr !

Par conséquent, $(-3)(-2) = 6$.

Une autre option est d'utiliser la modélisation. Puisque les élèves sont déjà familiers avec l'utilisation de la droite numérique dans les deux directions, ils peuvent continuer à compter les bonds de l'autre côté du zéro, avec les nombres entiers négatifs.

Les élèves peuvent utiliser la représentation suivante pour déterminer que $(3)(-2) = -6$:

Avec $(3)(-2) = -6$ entre les mains, ils peuvent ensuite structurer ainsi leur raisonnement pour déterminer que $(-3)(-2) = 6$:

Produit	Résultat
$(3)(2)$	6
$(3)(1)$	3
$(3)(0)$	0
$(3)(-1)$	-3
$(3)(-2)$	-6

Produit	Résultat
$(3)(-2)$	-6
$(2)(-2)$	-4
$(1)(-2)$	-2
$(0)(-2)$	0
$(-1)(-2)$	2
$(-2)(-2)$	4
$(-3)(-2)$	6

2.7 Non: PEMDAS

Raison:

PEMDAS
 $()^* / + -$

Les élèves interprètent l'acronyme selon l'ordre dans lequel les lettres se présentent, ce qui les amène à multiplier avant de diviser et à additionner avant de soustraire.

Par exemple, les élèves calculent souvent incorrectement une expression comme $6 \div 2 \cdot 5$:

Incorrect : $6 \div 2 \cdot 5 = 6 \div 10 = 0.6$

Correct : $6 \div 2 \cdot 5 = \frac{6}{2} \cdot 5 = 3 \cdot 5 = 15$

Correction:

Les élèves devraient savoir que les mathématiciens ont eu à déterminer des priorités d'opérations afin d'assurer une cohérence aux calculs. Les opérations les plus puissantes doivent être effectuées en premier - l'exponentiation fait augmenter ou diminuer plus rapidement que la multiplication, qui, elle, fait augmenter ou diminuer plus rapidement que l'addition. Parfois, nous souhaitons effectuer les opérations dans un ordre différent, c'est pourquoi nous

utilisons des symboles de groupement signifiant “calculer ceci en premier” lorsqu’il ne s’agit pas de l’opération la plus puissante. Si les élèves recherchent quand même une manière de se rappeler de la priorité d’opérations, remplacez l’acronyme PEMDAS, qui porte à confusion, par GEMA, qui est plus clair.

G est pour groupement, ce qui est mieux que les parenthèses puisqu’il inclut tous les types de groupement, tels que les crochets, la valeur absolue, les expressions sous une racine carrée, le numérateur d’une fraction, etc. Grouper implique aussi plus d’un terme, ce qui élimine la confusion que les élèves ressentent lorsqu’ils tentent de “faire les parenthèses en premier” dans $4(3)$.

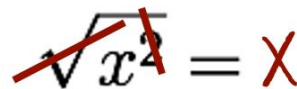
E est pour exposants. Rien de nouveau ici.

M est pour multiplication. La division est sous-entendue. Puisqu’une seule lettre apparaît pour les deux opérations, il est essentiel de mettre l’emphase sur le fait qu’il existe une relation inverse entre la multiplication et la division. Par exemple, on peut montrer l’équivalence entre diviser par une fraction et multiplier par son inverse.

A est pour addition. La soustraction est sous-entendue. Encore une fois, puisqu’une seule lettre apparaît pour les deux opérations, il faut mettre l’accent sur le fait que l’addition et la soustraction sont des opérations opposées. On pourrait parler de l’équivalence entre soustraire et additionner un nombre négatif.

2.8 Non: La racine carrée et le carré s'annulent

Raison:



Annuler est un terme vague, qui évoque l'image de termes, valeurs ou variables qui disparaissent par magie. Le but est de rendre les mathématiques le moins magique possible et de développer le raisonnement des élèves. Quelque chose survient ici, laissons les élèves découvrir de quoi il s'agit ! D'autant plus que la racine carrée n'est une *fonction* que lorsqu'on définit son domaine !

Correction:

Insistez auprès des élèves pour qu'ils montrent chaque étape de leur raisonnement plutôt que d'annuler des opérations.

$$\sqrt{(-5)^2} \neq -5 \text{ parce que } \sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

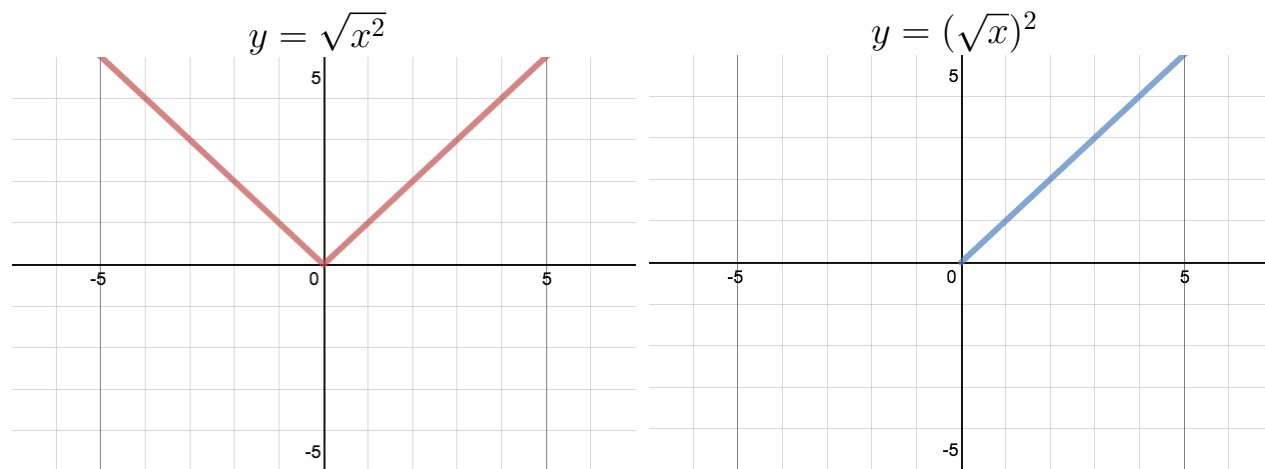
$$x^2 = 25 \not\Rightarrow x = \sqrt{25}$$

Si l'on "annule" le carré et la racine carrée, il nous manque une solution.

Plutôt :

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{25} \Leftrightarrow |x| = \sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25}$$

Une autre approche serait de demander aux élèves de tracer le graphique des fonctions $y = \sqrt{x^2}$ et $y = (\sqrt{x})^2$ à l'aide d'un logiciel ou de leur calculatrice graphique et de comparer les résultats.



2.9 Non: Le logarithme et l'exposant s'annulent

Raison:

~~$2^{\log_2 x} = x$~~

Annuler est un terme vague, qui évoque l'image de termes, valeurs ou variables qui disparaissent par magie. Le but est de rendre les mathématiques le moins magique possible et de développer le raisonnement des élèves. Quelque chose survient ici, laissons les élèves découvrir de quoi il s'agit !

$$\log_2 x = 4$$

$$2^{\log_2 x} = 2^4$$

$$x = 2^4$$

Les élèves sont effrayés de la deuxième ligne et il est plutôt ridicule de l'écrire lorsque l'on connaît la définition du log.

Si les élèves ne réfléchissent pas au sens du log, ils tenteront de résoudre cette nouvelle fonction par des manières qui leur sont familières.

L'élève divise par la fonction :

$$2\log(6x) - \log(9) = \log(36)$$

$$\begin{array}{ccc} \log & \log & \log \\ \log 6x - 9 & = & 36 \\ \log 6x & = & 45 \end{array}$$

<http://mathmistakes.org/?p=95>

L'élève divise par la base :

$$\ln(4) + \ln(6x) = \ln(48)$$

$$\begin{array}{ccc} e & e & e \\ 4 + 6x & = & 48 \\ 6x & = & 44 \\ x & = & 7.4 \end{array}$$

<http://mathmistakes.org/?p=67>

Correction:

Réécrivez le log sous sa forme exponentielle, puis résolvez avec des méthodes familières. Voici une autre raison d'enseigner la définition des logarithmes ; par la suite, il n'y a plus de confusion sur la relation entre les logarithmes et les exposants.

Le log pose la question “la *base* en quel *exposant* donne telle *valeur* ?”

$$\log_{\text{base}} \text{valeur} = \text{exposant}$$

$$\text{base}^{\text{exposant}} = \text{valeur}$$

$$\log_2 4 = y$$

$$2^y = 4$$

$$y = 2$$

$$\log_2 x = 4$$

$$2^4 = x$$

Chapitre 3

Rapports et situations proportionnelles

Les rapports et proportions sont une nouvelle manière de penser pour les élèves du primaire. Les enseignants déplorent souvent la difficulté que les enfants ont avec les fractions, mais c'est parce qu'on leur enlève toute opportunité de développer leur intuition avec celles-ci. Le premier contact des gens avec les maths est de compter, puis d'additionner. Lorsqu'ils commencent à multiplier, on leur définit la multiplication par une addition. Les fractions sont la première situation où l'addition ne fonctionne pas, et ça crée une confusion chez les élèves. Évitez les raccourcis et laissez les enfants comprendre que les fractions, les rapports et les proportions sont multiplicatifs - une toute nouvelle manière d'interpréter le monde !

3.1 Non: Méthode du papillon

Raison:

Les élèves n'ont aucune idée de pourquoi ça fonctionne et il n'y a aucun raisonnement mathématique derrière le papillon, aussi joli soit-il.

$$\begin{array}{c} 10 + 12 \\ \frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{22}{15} \end{array}$$

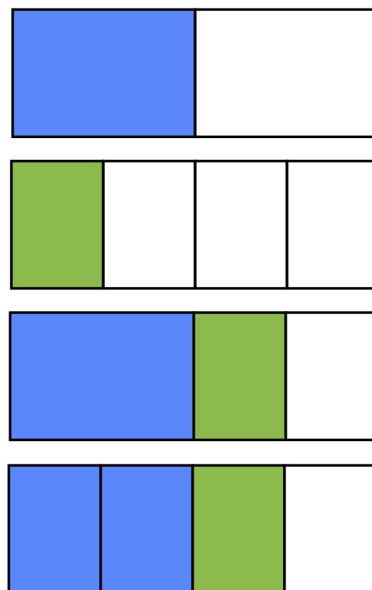
Correction:

Si les élèves commencent avec un visuel, tel que des bandes fractionnaires, ils découvriront qu'il est essentiel d'avoir des dénominateurs communs avant d'additionner. Disons qu'un élève veut additionner $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Il peut débiter avec une représentation de chacune des fractions, puis additionner les fractions en plaçant les bandes bout à bout. La représentation est correcte, mais il n'y a pas de manière d'écrire celle-ci en une seule fraction, à moins de découper l'entier en parties égales. Après quelques essais, les élèves comprendront qu'ils ont besoin de dénominateurs communs pour additionner. Après d'autres exercices d'addition de fractions avec dénominateurs com-

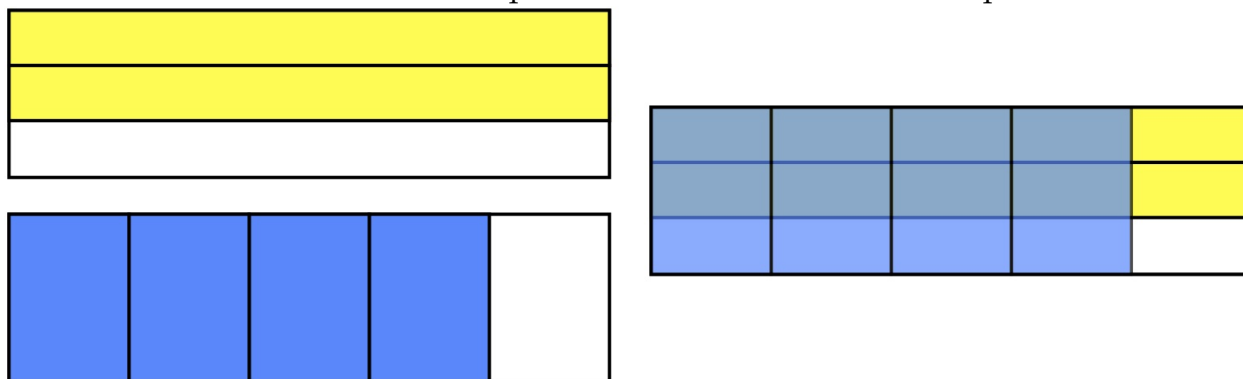
muns, les élèves découvriront qu'ils peuvent simplement additionner les numérateurs (ce qui correspond à compter le nombre de pièces ombragées) tout en gardant le dénominateur tel quel (tout comme le nombre de pièces ne change pas).

Les fractions peuvent être comparées, additionnées et soustraites avec n'importe quel dénominateur commun, il n'y a aucune raison de limiter les élèves au plus petit dénominateur commun. Plusieurs méthodes visuelles ou manipulatives ne donneront pas le plus petit dénominateur commun (mais plutôt le produit des dénominateurs), et c'est correct ainsi ! Il faut accepter tout dénominateur équivalent. Les élèves pourront éventuellement en venir à rechercher les plus petits dénominateurs communs dans le but de travailler avec des nombres plus simples. Entre-temps, encouragez les élèves à comparer différentes méthodes - est-ce que des dénominateurs communs différents donnent des réponses différentes ? Sont-elles vraiment différentes, ou sont-elles équivalentes ? Comment est-ce possible ? Les fractions peuvent même être comparées à l'aide de numérateurs communs - une discussion fascinante à avoir avec des élèves de tous âges !

Les élèves veulent utiliser l'expression "Produit croisé" pour tout résoudre : Comment multiplie-t-on des fractions ? "Par le produit croisé !" Comment



divise-t-on des fractions ? “Par le produit croisé !” Comment résout-on des proportions ? “Par le produit croisé !” Ce sont trois procédés complètement différents, qui doivent porter un nom différent. Pour la multiplication de fractions, il n’y a pas de “produit croisé”, mais plutôt une multiplication “horizontale”, et il n’y a généralement pas de truc associé à cette opération. J’ai observé qu’à la fin du secondaire, la plupart des élèves n’éprouvent aucune difficulté avec cette opération - celle-ci suit leur intuition. En fait, ils aiment tellement cette méthode qu’ils veulent l’appliquer aux autres opérations (contre-exemple : pour additionner des fractions, additionner les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble), ce qui ne fonctionne pas. Il faut éviter l’expression “produit croisé” et utiliser l’expression précise (mais lourde, il est vrai !) “multiplier le numérateur par l’autre numérateur, et le dénominateur par l’autre dénominateur” lorsque les élèves ont besoin d’un rappel sur la multiplication de fractions. Ou encore mieux, évitez toute phrase ou expression et montrez aux élèves un schéma permettant de déterminer le produit.

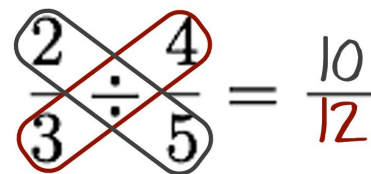


Pour multiplier $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$, il faut trouver la surface ombragée dans les deux sens - ce qui correspond aux deux tiers de quatre cinquièmes. Chaque cinquième est redivisé en trois, et deux des trois parties sont ombragées. Le produit est donc $\frac{8}{15}$.

3.2 Non: Produit croisé (diviser par une fraction)

Raison:

La division et la multiplication sont des opérations différentes (quoique reliées), et l'une ne peut pas se transformer en l'autre par magie. De plus, certains élèves seront confus à savoir s'ils doivent multiplier en diagonale ou à l'horizontale. Et où va la réponse? Pourquoi l'un des produits correspond-il au numérateur alors que l'autre doit aller au dénominateur?


$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{10}{12}$$

Correction:

Utilisez la phrase “multiplier par l'inverse” uniquement après que les élèves aient bien compris d'où provient cet algorithme. L'inverse est un terme précis qui rappelle aux élèves pourquoi ils peuvent changer d'opération.

$$\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = 1 \quad \text{facile!}$$

$$\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 2 \quad \text{fait du sens!}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{5} = \frac{4}{3} \quad \text{pas aussi évident, mais revient encore à diviser les numérateurs}$$

$$\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} = ? \quad \text{aucune idée!}$$

Si le dernier problème ressemblait aux exemples précédents, ce serait plus facile. Réécrivons-le donc avec des dénominateurs communs :

$$\frac{8}{10} \div \frac{5}{10} = \frac{8}{5} \quad \text{fait du sens!}$$

Si les élèves sont appelés à résoudre suffisamment de problèmes de cette manière, ils voudront trouver un raccourci et remarqueront peut-être une régularité. Montrez-leur (ou demandez-leur de prouver !) pourquoi la multiplication par l'inverse fonctionne :

$$\begin{aligned}\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} &= \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} \div \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} \\ &= \frac{4 \cdot 2}{1 \cdot 5} \\ &= \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 1} \\ &= \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1}\end{aligned}$$

Les élèves découvriront alors que multiplier par l'inverse équivaut à trouver un dénominateur commun pour ensuite diviser les numérateurs ensemble. Ceci n'est pas évident. Les élèves ne le réaliseront qu'après une pratique répétée, mais l'exercice de trouver des dénominateurs communs est une bonne chose pour eux ! Encore plus important, l'élève qui oubliera cette généralisation peut s'en sortir s'il comprend les dénominateurs communs, alors que celui qui a appris une règle par coeur après avoir fait peu (ou pas !) d'exercices tentera de deviner la règle à appliquer plutôt que de raisonner sur le fond du problème.

Une autre approche est d'utiliser les fractions complexes. Tout dépendant l'expérience que les élèves ont avec les fractions inverses, cette option pourrait s'avérer plus simple. Elle permet en plus d'appliquer un concept généralisable, soit de multiplier par "une forme pratique de 1", qui revient dans plusieurs notions, incluant l'application des conversions d'unités. Pour débiter, la division des deux fractions peut être écrite sous la forme d'une seule fraction complexe.

$$\begin{aligned}
\frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}} &= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}} \cdot 1 \\
&= \frac{\frac{4}{5}}{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{1} \\
&= \frac{\frac{4}{5} \cdot 2}{1} \\
&= \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{1}
\end{aligned}$$

3.3 Non: Retourner et multiplier

Raison:

$$\frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4}$$

La division et la multiplication sont des opérations différentes (quoique reliées), et l’une ne peut pas se transformer en l’autre par magie. De plus, certains élèves seront confus à savoir ce qu’ils doivent “retourner.”

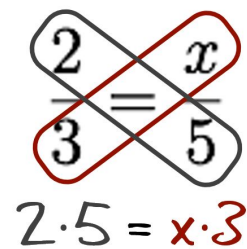
Correction:

Appliquez les mêmes méthodes que celles décrites à la Section 3.2.

3.4 Non: Produit croisé (résoudre des proportions)

Raison:

Les élèves sont confus à savoir s'ils doivent multiplier en diagonale ou à l'horizontale, et/ou croient que cette méthode peut être utilisée partout (tel que dans la multiplication de fractions).



$$\frac{2}{3} = \frac{x}{5}$$

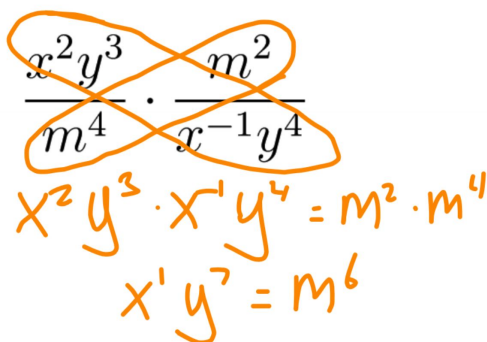
$$2.5 = x.3$$

Multiplication adéquate de fractions : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} = \frac{3}{8}$

Erreur fréquente : $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 3} = \frac{4}{6}$

Fait important, vous n'avez pas le droit de multiplier par magie les deux membres d'une équation par des valeurs différentes pour obtenir une équation équivalente. Ce procédé ne fait aucun sens pour les élèves, ils mémorisent donc une procédure plutôt que de comprendre une méthode. Ce qui implique que lorsqu'ils oublient une étape, ils devinent la suite.

Cet élève tente de multiplier des fractions à l'aide du produit croisé :



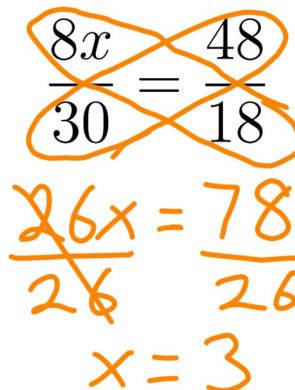
$$\frac{x^2 y^3}{m^4} \cdot \frac{m^2}{x^{-1} y^4}$$

$$x^2 y^3 \cdot x^{-1} y^4 = m^2 \cdot m^4$$

$$x^1 y^7 = m^6$$

<http://mathmistakes.org/?p=476>

Cet élève fait une addition croisée plutôt qu'une multiplication :



$$\frac{8x}{30} = \frac{48}{18}$$

$$\frac{26x}{26} = \frac{78}{26}$$

$$x = 3$$

<http://mathmistakes.org/?p=1320>

Correction:

Enseignez à résoudre tout type d'équations (incluant les proportions, elles ne sont pas plus spéciales!) à l'aide des opérations inverses.

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} &= \frac{x}{10} \\ 10 \cdot \frac{3}{5} &= 10 \cdot \frac{x}{10} \\ 10 \cdot \frac{3}{5} &= x \\ 6 &= x\end{aligned}$$

Encouragez les élèves à trouver des raccourcis tels que les dénominateurs communs ou les numérateurs communs. Une fois que les élèves savent quand et comment un raccourci fonctionne, sauter quelques étapes est permis, mais les élèves doivent comprendre pourquoi leur raccourci est de “l’algèbre légale” et posséder une méthode universelle sur laquelle se baser.

Raccourcis :

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{5} \Leftrightarrow x = 3 \quad \text{aucun travail nécessaire, c'est une égalité directe}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow x = 6 \quad \begin{array}{l} \text{multiplier une fraction par une fraction unitaire} \\ \text{afin d'obtenir une fraction équivalente} \end{array}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{x}{10} \Leftrightarrow x = 5 \quad \begin{array}{l} \text{les élèves reconnaissent rapidement les fractions} \\ \text{équivalentes à } \frac{1}{2} \text{ mais toute autre relation fonctionne} \end{array}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{10}{x} \Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{x}{10} \quad \begin{array}{l} \text{travailler avec la fraction inverse de chaque côté} \\ \text{de l'équation afin que la variable soit au numérateur} \end{array}$$

Chapitre 4

L'arithmétique avec les polynômes

4.1 Non: PIED

Raison:

Cet acronyme implique un ordre - quelques-uns de mes élèves étaient sous le choc d'apprendre que EDIP fonctionne aussi bien que PIED. De plus, l'acronyme ne fonctionne que dans cette situation. Il existe plusieurs autres manières de multiplier des binômes, qui s'appliqueront à des notions vues plus tard, comme la multiplication de plus gros polynômes ou la factorisation.

Lorsque les élèves mémorisent une règle sans la comprendre, ils ne l'appliquent pas toujours comme il le faut.

$$(a + 3)(a + 3) = 2a + 6$$

<http://mathmistakes.org/?p=1180>

$$(7k + 2)(5k - 8)$$

$$12k - 6$$
$$-12k + 6$$

<http://mathmistakes.org/?p=1100>

Correction:

Remplacez PIED par la propriété de distributivité. Elle peut être enseignée dès que la distribution est introduite. Les élèves commencent par distribuer un binôme à chaque terme du second binôme. Puis, la distribution est répétée sur chaque monôme multiplié par un binôme. À force de répéter la procédure, les

élèves réaliseront que chaque terme du premier polynôme doit être multiplié à chaque terme du second polynôme. Cette généralisation s'applique ensuite aux exercices plus avancés.

Au primaire, les élèves apprennent à multiplier des nombres à l'aide d'un tableau. Cette méthode se base justement sur la notion de produits partiels.

$$\begin{aligned}
 23 \cdot 45 &= (20 + 3)(40 + 5) \\
 &= 20(40 + 5) + 3(40 + 5) \\
 &= 20 \cdot 40 + 20 \cdot 5 + 3 \cdot 40 + 3 \cdot 5 \\
 &= 800 + 100 + 120 + 15
 \end{aligned}$$

	40	5
20	800	100
3	120	15

$$\begin{aligned}
 (2x + 3)(x - 4) &= (2x + 3)(x) + (2x + 3)(-4) \\
 &= 2x^2 + 3x - 8x - 12 \\
 &= 2x^2 - 5x - 12
 \end{aligned}$$

	2x	3
x	$2x^2$	$3x$
-4	$-8x$	-12

Chapitre 5

Le raisonnement dans les équations et les inéquations

5.1 Non: ‘Le crocodile’ ou ‘L’un mange l’autre’ pour les symboles d’inégalité

Raison:

3  5

L’analogie du *Pacman* ou du crocodile porte à confusion chez les élèves. Est-ce le plus grand nombre qui mange le plus petit ? Est-ce le nombre qu’il a déjà mangé, ou celui qu’il s’appête à manger ?

4  2

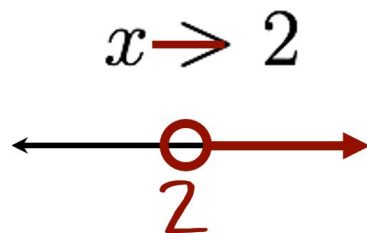
Correction:

Idéalement, les élèves devraient être assez souvent exposés à ces symboles pour qu’ils en mémorisent la signification. Tout comme ils voient et écrivent le symbole $=$ lorsqu’ils entendent ou disent “égal”, les élèves devraient voir et écrire $<$ lorsqu’ils entendent ou disent “plus petit que.” Pour aider les élèves avant qu’ils en aient acquis le sens, analysez avec eux la forme du symbole. Plutôt que d’avoir des segments parallèles comme pour le signe d’égalité, les traits sont inclinés de manière à former un plus petit côté et un plus grand. Le plus grand nombre se situe du plus grand côté, alors que le plus petit nombre va à la plus petite extrémité. Attention au vocabulaire ici : privilégiez le terme “plus grand” plutôt que “plus gros”, car ce dernier peut semer la confusion lorsque les entiers négatifs entrent en jeu.

5.2 Non: Suivre la flèche (Représentation d'inégalités)

Raison:

Les inégalités $x > 2$ et $2 < x$ sont équivalentes et toutes deux valides, pourtant les symboles pointent dans des directions opposées. De plus, les inégalités ne seront pas toujours représentées sur une droite numérique horizontale !



Correction:

Les élèves doivent comprendre ce que le symbole d'inégalité veut dire. Demandez aux élèves : “Les solutions sont-elles plus grandes ou plus petites que le point limite ?” C’est un bon moment pour introduire les points à tester. Les élèves placent le point limite sur une droite ou dans un graphique, testent un point dans l’inégalité puis hachurent dans la direction appropriée. Alors que tout cela semble beaucoup de travail pour savoir de quel côté hachurer, il s’agit d’une habileté très souvent nécessaire en mathématique !

Puisque la représentation avec le symbole d'inégalité est plus abstraite qu'une droite numérique, pratiquer les élèves à passer d'un contexte ou d'une représentation visuelle à une expression avec symbole leur permettra d'approfondir leur compréhension des symboles. Même s'il est vrai que $x > 2$ est la manière plus naturelle de représenter la phrase “les nombres qui sont plus grands que deux,” les élèves doivent développer leur habileté à lire les inégalités dans les deux sens, en vue des inégalités doubles. Par exemple, $0 < x < 2$ implique que l'élève considère tant $0 < x$ que $x < 2$.

5.3 Non: Annuler

Raison:

Annuler est un terme vague qui cache les opérations mathématiques réellement utilisées, alors les élèves ne savent pas quand ou pourquoi l'utiliser. Pour plusieurs élèves, annuler signifie "barrer des choses" par magie, ils ne voient donc aucun problème à barrer des termes dans une expression ou dans des problèmes d'addition.

$$\frac{\cancel{5x}}{\cancel{5}} = 10$$
$$x = 10$$

$$\begin{array}{r} 4x - 4(x + 2) \\ 4x - \cancel{4x} + 8 \\ + \cancel{4x} + \cancel{4x} \\ \hline 8x + 8 \end{array}$$

$$\frac{\cancel{\tan(x)}}{1 + \cancel{\sec(x)}} + \frac{1 + \cancel{\sec(x)}}{\cancel{\tan(x)}} = \frac{1}{1}$$

<http://mathmistakes.org/?p=798>

<http://mathmistakes.org/?p=639>

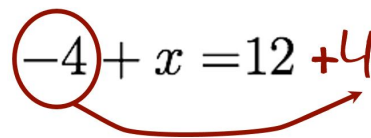
Correction:

Plutôt que de dire annuler, exigez des élèves qu'ils indiquent l'opération mathématique qui explique ce qu'ils "annulent." Dans les fractions, nous divisons pour obtenir 1. Les élèves peuvent donc dire "diviser pour obtenir 1" et l'indiquer sur leur travail en écrivant un gros 1 plutôt qu'un trait qui barre des éléments, ou encercler les termes et écrire 1 à côté de ceux-ci. Mettre l'emphasis sur la division aide les élèves à comprendre qu'ils ne peuvent pas annuler lors d'une addition (essayer d'enlever une partie d'un numérateur et d'un dénominateur, par exemple). Des deux côtés d'une équation, on soustrait la même quantité ou on additionne l'opposé de chaque côté. Les élèves peuvent dire "additionner pour obtenir zéro" et l'indiquer sur leur travail en encerclant les termes et en considérant le cercle comme un zéro, ou en écrivant 0 à côté. En général, utiliser le langage des opérations inverses, des opposés et des identités permet de définir précisément le mystérieux "annuler."

5.4 Non: Prendre et envoyer de l'autre côté

Raison:

Prendre et envoyer ne sont pas des opérations algébriques. Il existe des termes mathématiques pour ce que l'on fait, alors utilisons-les ! Lorsque les élèves croient qu'ils peuvent déplacer des termes sans raison, ils négligent l'utilisation des opérations inverses.


$$-4 + x = 12 + 4$$

$$2x + 3 = 3x - 4$$

$$5x + 3 = -4$$

<http://mathmistakes.org/?p=517>

Correction:

Utiliser les opérations et propriétés mathématiques pour décrire ce que nous faisons aidera les élèves à développer un vocabulaire plus précis. Débutez la résolution d'équations en utilisant la plus grande précision : "Nous additionnons l'opposé de chaque côté. Nous obtenons donc zéro à gauche mais le +4 de droite demeure."

$$\begin{array}{r} -4 + x = 12 \\ +4 \qquad +4 \\ \hline 0 + x = 12 + 4 \end{array}$$

De même, pour la multiplication et la division, démontrez : "Si je divise par trois de chaque côté, j'obtiens un à droite, et un trois comme dénominateur à gauche."

$$\begin{array}{r} \frac{-4}{3} = \frac{3x}{3} \\ \frac{4}{3} = 1x \end{array}$$

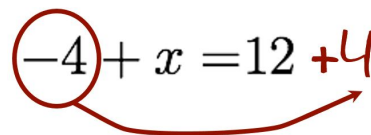
Après un certain temps, les élèves réussiront à réaliser mentalement quelques étapes et omettront le zéro et le un dans leur démarche écrite, mais ils doivent

être capables d'expliquer pourquoi les nombres disparaissent. Ceci est essentiel, car lorsqu'ils seront confrontés à des problèmes plus complexes à résoudre, ces identités (0 et 1) devront peut-être demeurer pour que l'équation garde son sens. Par exemple, le un pourrait bien être tout ce qui reste du numérateur de la fraction - le dénominateur doit être sous *quelque chose* !

5.5 Non: Changer de côté et changer de signe

Raison:

Cette petite comptine masque la véritable opération utilisée. Les élèves qui mémorisent des rimes n'ont aucune idée de ce qu'ils font. Cela mène à une application erronée et une incapacité à généraliser de manière appropriée.


$$-4 + x = 12 + 4$$

Correction:

Parlez plutôt des opérations inverses et de l'obtention du zéro (dans le cas de l'addition) ou du un (dans le cas de la multiplication). L'idée principale est de conserver l'égalité en effectuant la même opération de chaque côté.

Chapitre 6

Interprétation des fonctions

6.1 Non: Qu'est-ce que le b ?

$$y = ax + \textcircled{b}$$

Raison:

La réponse à cette question est “ b est une lettre.” Il n’a aucune autre signification inhérente ; demandez plutôt aux élèves ce que vous recherchez exactement, soit probablement l’ordonnée à l’origine ou un point à utiliser pour tracer la droite dans le graphique.

Correction:

Il existe plusieurs formes d’équation pour la droite, $y = ax + b$ est l’une d’entre elles. Dans le but de tracer un graphique, sentez-vous libre de demander ce que vaut l’ordonnée à l’origine, mais il est plus simple de demander pour n’importe quel point. Demandez aux élèves de choisir une valeur de x (éventuellement, ils resteront près de zéro de toute manière, puisque ça simplifie la multiplication !) puis de résoudre pour trouver le y . Cette méthode fonctionne pour toutes les équations et démontre pourquoi nous plaçons la valeur de b sur l’axe des y . Rappelez aux élèves que, malgré que b soit un nombre, nous sommes concernés par $(0, b)$, qui lui est un point.

Chapitre 7

Géométrie

En géométrie, les lacunes dans le développement des concepts proviennent d'un angle différent - des formules sans explication. Celles-ci ne sont pas des trucs, mais si elles sont enseignées sans contexte, elles deviennent aussi magiques que n'importe quel autre truc de ce livre. Les formules peuvent être découvertes, explorées ou comprises selon les cours, mais si elles sont seulement mémorisées, elles ne sont pas mieux qu'un raccourci dépourvu de sens. Donner des formules aux élèves sans leur laisser la chance d'expérimenter le processus derrière celles-ci leur enlève toute la réflexion que cela implique.

7.1 Formule: Distance entre deux points

Compréhension:

S'il-vous-plaît, n'enseignez pas la formule de la distance avant le théorème de Pythagore! Elle est beaucoup plus difficile à retenir pour les élèves et ne leur apporte aucun sens supplémentaire. Dans ma vie de tous les jours, j'utilise seulement le théorème de Pythagore, rien de plus. Comme enseignante en mathématique, trouver la distance entre deux points est quelque chose que je fais quand même régulièrement. Manipuler le théorème de Pythagore pour déterminer diverses variables permet aux élèves de pratiquer la résolution d'équations. Ceci étant dit, ça ne fait pas de mal aux élèves de voir la formule de la distance à un certain moment dans leur cheminement mathématique, en autant qu'ils voient que celle-ci vient directement du théorème de Pythagore. Le théorème de Pythagore nous donne également l'équation du cercle, cette

petite formule s'avère en fait très puissante.

7.2 Formule: Aire des quadrilatères et des triangles

Compréhension:

Débutez par une compréhension que $A = bh$ pour les rectangles. Les élèves qui ont travaillé avec des tableaux pourraient immédiatement faire le lien avec la multiplication ; pour les autres, faites-les débiter par des rectangles dont les mesures des côtés sont des entiers, pour qu'ils comptent les cases. Ils voudront trouver un raccourci et découvriront qu'en multipliant la mesure des côtés, on obtient l'aire. Bien que longueur et largeur soient acceptables comme appellation des côtés, les termes base et hauteur sont plus cohérents avec d'autres formes.

Ensuite, explorez pourquoi le parallélogramme a la même aire que le rectangle de base et hauteur égales. Laissez les élèves tenter quelques essais, puis utilisez la décomposition pour leur montrer qu'un triangle rectangle peut être découpé à l'une des extrémités du parallélogramme, et qu'il s'imbrique parfaitement à l'autre bout pour former un rectangle. Ainsi, $A = bh$ pour cette forme également !

Le temps est venu de regarder les triangles. Je suis toujours tentée (comme la majorité des élèves) de faire un lien entre l'aire du triangle et l'aire du rectangle, mais cette relation fonctionne uniquement avec les triangles rectangles. Amenez les élèves à voir que *tout* triangle est la moitié d'un parallélogramme, ainsi : $A = \frac{1}{2}bh$.

Une fois qu'ils connaissent la formule de l'aire d'un triangle, les élèves peuvent trouver l'aire de toute figure à deux dimensions en la décomposant. Tout dépendant de leur niveau, les élèves pourraient généraliser leur décomposition pour trouver une formule simplifiée pour des formes familières, telles que le trapèze, mais la mémorisation de ces formules n'est pas nécessaire.

7.3 Formule: Aire des solides

Compréhension:

Plusieurs élèves ne réalisent pas que l'aire totale d'un solide est en fait la somme de l'aire de chacune des faces du solide. Ils se sont peut-être fait donner une feuille de formules avec une colonne identifiée Aire latérale, et une autre identifiée Aire totale, puis cela devient un jeu d'association :

1. Trouve les mots-clés dans la question.
2. Associe ces mots à ceux sur la feuille de formules.
3. Remplace les nombres jusqu'à ce que la réponse corresponde à l'un des choix proposés.

Plutôt que de jouer à ce jeu, définissez l'aire totale comme étant le total des aires. Si les élèves arrivent à identifier les différentes parties du solide (et qu'ils maîtrisent l'aire des figures planes), ils pourront trouver l'aire totale. Lancez le défi aux élèves de dessiner le développement du solide, en deux dimensions, qui pourra former le solide qui leur est présenté, une fois plié. Ceci les pratique à visualiser des objets plus complexes et à comprendre que ceux-ci sont rattachés à des objets plus simples. La tâche de développer un cône ou un cylindre peut être particulièrement difficile pour les élèves. Il est donc recommandé de leur offrir des développements en papier, qu'ils pourront construire et déplier à leur guise.

Tout dépendant du niveau, les élèves pourraient en venir à généraliser le processus en trouvant une formule simplifiée pour des solides familiers, tels que les prismes à bases rectangulaires, mais la mémorisation de ces formules n'est pas nécessaire.

7.4 Formule: Volume

Compréhension:

Tout comme l'aire des solides est une application des formules des figures planes à de nouvelles formes, les formules de volume ne sont pas complètement différentes pour chaque solide, en fait on continue d'appliquer les formules d'aire des formes de base. Il y a deux formules de base pour le volume : le prisme et la pyramide. La formule du prisme est plutôt intuitive, si l'élève s' imagine des objets empilés (on peut concrètement empiler des objets devant lui, comme des blocs), il réalisera que le volume du prisme correspond à l'aire de la base multipliée par la hauteur. Encore une fois, trouver la réponse devient de la visualisation - Quelle est la base ? Comment trouve-t-on son aire ? Quelle est la hauteur ?

La formule pour la pyramide n'est pas aussi intuitive, mais les élèves devraient reconnaître que l'espace occupé par une pyramide est plus petit que celui d'un prisme de même base et de même hauteur. Quelques expérimentations pourront leur démontrer que le coefficient est de $\frac{1}{3}$. Ceci couvre toutes les formes enseignées à l'école, jusqu'au secondaire (en considérant les cônes comme étant des pyramides à base circulaire).

Annexe A

Types de trucs

A.1 Les trucs que les élèves interprètent mal

Section 2.7 PEMDAS

Section 5.1 ‘Le crocodile’ ou ‘L’un mange l’autre’ pour les symboles d’inégalités

Section 5.2 Suivre la flèche (représentation d’inégalités)

A.2 Les méthodes qui limitent les options

Section 3.4 Cross Multiply (Solving Proportions)

Section 4.1 FOIL (Binomial Multiplication)

Section 6.1 What is b ?

Section 7.1 Distance Formula

A.3 Mathématiques magiques, et non logiques

Section 2.1 Add a Zero (Multiplying by 10)

Section 2.2 Ball to the Wall

Section 2.3 Move the Decimal

Section 2.4 Same-Change-Change or Keep-Change-Change

Section 2.5 Two Negatives Make a Positive (Integer Addition)

Section 2.6 Two Negatives Make a Positive (Integer Multiplication)

Section 3.1 Butterfly Method, Jesus Fish

Section 3.2 Cross Multiply (Fraction Division)

Section 3.3 Flip-And-Multiply, Same-Change-Flip

Section 5.4 Take/Move to the Other Side

Section 5.5 Switch the Side and Switch the Sign

A.4 Langage imprécis

Section 2.8 The Square Root and the Square Cancel

Section 2.9 The Log and the Exponent Cancel

Section 5.3 Cancel

Annexe B

Couverture arrière

Nous ajoutons toujours de nouveaux trucs, rendez-vous à NixTheTricks.com pour voir ceux qui sont actuellement au stade d'être commentés ou pour soumettre un truc que vous haïssez voir.

“Chaque fois que mes élèves appliquent un truc qu'ils ont appris quelque part, je dis à voix haute ce qu'ils font *vraiment*.”

-Julie Reulbach

“Le pire aspect des trucs mnémotechniques n'est pas qu'ils échouent souvent, qu'ils n'encouragent pas la compréhension et ne justifient rien ; c'est plutôt qu'ils tuent la curiosité et la créativité - deux traits de caractère importants que trop d'enseignants en mathématique négligent.”

-Andy Martinson